

# 短时傅立叶变换算法在临时用户载波监视中的应用

杨 喆 周 立

(北京航天飞行控制中心)

**摘 要** 介绍一种基于 Goertzel 算法的短时傅立叶变换 (STFT) 递推算法, 应用于矩形窗、汉宁窗和海明窗等窗函数, 可实现对通信卫星临时用户载波的实时频谱分析。用 2FSK 信号代表两个临时用户的单载波信号, 在 Matlab 下仿真该算法对特定频率点的能量分析, 并给出实现对临时用户载波监视的系统结构框图。

**关键词** STFT Goertzel 算法 Matlab 仿真 临时用户载波

## 1 研究背景

随着卫星通信业务的普及, 各家卫星运营商竞争激烈, 通信业务已经由承接固定业务转向更广大临时业务客户群体, 地面站需要人为观测不同频点不同极化临时用户的频谱。为节省有限的频谱仪资源, 本文介绍一种优化的时频分析算法, 可实现对下行信号用户载波频谱的实时分析并记录上星与下星的确切时间, 从而释放有限的频谱仪资源并减轻地面站人员工作量。对于算法的选择, 短时傅立叶变换<sup>[1]</sup>(Short-Time Fourier Transform, 简称 STFT) 是简单实用的时频分析方法。

## 2 基于 Goertzel 算法的短时傅立叶变换递推算法

### 2.1 短时傅立叶变换<sup>[1,2]</sup>

STFT 是分析非平稳信号时频分布的一种常用方法。其基本思想是用一个时宽足够窄的窗函数乘以时间信号, 得到的信号可以看成是平稳的, 然后进行傅里叶变换, 得到局部化的频谱变化规律。如果让窗函数沿时间轴进行移动, 就可得到信号频谱随时间变化的规律。

STFT 的定义有两种形式:

定义一:

$$STFT_x(n, \omega) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m)w(n-m)e^{-j\omega m}$$

式中  $w(n)$  是一个窗函数, 其作用是取出  $x(n)$  在  $n$  时刻附近的一小段信号进行傅立叶变换, 得到一个二维域  $(n, \omega)$  的函数。

定义二:

$$STFT_x(n, \omega) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x(m)w(n-m)e^{-j\omega(n-m)}$$

由定义式可推出 STFT 的两种硬件设计方法: FFT 法和滤波器组法。其中, FFT 法需要大量乘法器和加法器, 以消耗硬件资源为代价实现快速计算; 实现滤波器组法同样需要数量与窗函数宽度成正比的乘法器和加法器。

### 2.2 Goertzel 算法

在计算一段数据的 DFT 时, Goertzel 算法, 利用相位因子  $\{W_N^k\}$  的周期性可以将离散傅立叶变换 (DFT) 的计算表示为一种线性滤波运算<sup>[4]</sup>。将 Goertzel 算法应用于 STFT 的计算式也可得到有效的递归算法, 比通常的快速傅立叶变换 (FFT) 法和滤波器组法更能节省硬件资源。

#### 2.2.1 矩形窗<sup>[5]</sup>

首先考虑最简单的窗函数——矩形窗。当计算第  $n_0$  点的能量时, 约定在该点的前后取窗, 即取值计

算的范围为  $n \in \left[ n_0 - \frac{N}{2}, n_0 + \frac{N}{2} - 1 \right]$ 。

$$STFT_X(n_0, \omega) = \sum_{n=n_0-\frac{N}{2}}^{n_0+\frac{N}{2}-1} x(n) e^{-j\omega(n-(n_0-\frac{N}{2}))} = X(n_0, \omega)$$

经推导,有如下递推式:

$$\begin{aligned} X(n_0+1, \omega) &= \sum_{n=n_0-\frac{N}{2}+1}^{n_0+\frac{N}{2}} x(n) e^{-j\omega(n-(n_0-\frac{N}{2}+1))} \\ &= e^{j\omega} X(n_0, \omega) + x(n_0+\frac{N}{2}) e^{-j\omega(N-1)} - x(n_0-\frac{N}{2}) e^{j\omega N} \\ &= e^{j\omega} \left[ X(n_0, \omega) - x(n_0-\frac{N}{2}) + x(n_0+\frac{N}{2}) e^{-j\omega N} \right] \end{aligned}$$

在频域等间隔采样  $N$  点,  $\omega_k = 2\pi \frac{k}{N}$ ,  $k=0, 1, \dots,$

$N-1$ , 即

$$X(n_0, k) = e^{j2\pi \frac{k}{N}} \left[ X(n_0, k) - x(n_0-\frac{N}{2}) + x(n_0+\frac{N}{2}) \right]$$

加矩形窗的短时傅立叶变换代表其实可以看作是取一截数据做 DFT, 是最简单的 STFT。当应用其他窗函数时, 可以由各自的定义式推导它们与矩形窗的关系。

### 2.2.2 汉宁窗(Hanning)

汉宁窗又称为余弦平方窗或升余弦窗, 表达式为:

$$\begin{aligned} \text{偶对称: } w(n) &= \cos^2 \left( \frac{n}{N} \pi \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \left( \frac{2n}{N} \pi \right) \\ & \quad n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{单边: } w(n) &= \sin^2 \left( \frac{n}{N} \pi \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \left( \frac{2n}{N} \pi \right) \\ & \quad n = 0, \dots, N-1 \end{aligned}$$

若采用单边表达式, 可推导得:

$$\begin{aligned} w(n) &= \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{2n}{N} \pi \right) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{e^{j\frac{2n}{N} \pi} + e^{-j\frac{2n}{N} \pi}}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} W_N^{-n} - \frac{1}{4} W_N^n \end{aligned}$$

因此, 加窗后的 STFT 可推得如下结论:

$$\begin{aligned} X_H(n_0, k) &= STFT_X(n_0, k) = DFT[x(n)w(n_0)] \\ &= \sum_{n=n_0-\frac{N}{2}}^{n_0+\frac{N}{2}-1} x(n) w(n-(n_0-\frac{N}{2})) W_N^{k(n-(n_0-\frac{N}{2}))} \\ &= \frac{1}{2} X(n_0, k) - \frac{1}{4} X(n_0, k-1) - \frac{1}{4} X(n_0, k+1) \end{aligned}$$

每计算一个频点的 STFT 需要三个线性滤波器, 再将结果简单相加即得到加汉宁窗后的结果。

### 2.2.3 海明窗(Hamming)

海明窗又称升余弦窗, 其单边表达式为:

$$w(n) = 0.54 - 0.46 \cos \left( \frac{2n}{N} \pi \right) \quad n=0, \dots, N-1$$

其表达式与汉宁窗类似, 因此只要将汉宁窗的最后结果改变系数即可得关系式:

$$X_H(n_0, k) = 0.54 X(n_0, k) - 0.23 X(n_0, k-1) - 0.23 X(n_0, k+1)$$

## 3 Matlab 仿真

用 2FSK(频移键控)信号代表两个不确定的单载波信号, 在 Matlab 下仿真该算法对这两个单载波的频谱能量分析<sup>[4]</sup>。设调制码速率  $R_b=1.5\text{Mbps}$ , 调制载波中心频率  $f_0=2.4\text{MHz}$ , 频偏比  $=0.7$ , 采样率  $f_s=20\text{MHz}$ 。

### 3.1 加矩形窗的 STFT 解调仿真

在 Matlab 的 Simulink 环境下的解调仿真如图 1 所示, 用两个线性滤波器并行计算两个频点能量。

### 3.2 加 Hamming 窗的 STFT 解调仿真

计算加 Hamming 窗的 STFT 时, 每计算一个频点需要三个频点的能量, 在 Simulink 中的仿真如图 2 所示:

图 1(2)、(3)、图 2(2)表示 2FSK 信号经 matlab 仿真后两个频点的 STFT 计算输出, 对比后可看出 Hamming 窗的平滑特性, 效果比矩形窗有明显改进。

通过 matlab 仿真, Goertzel 算法实现 STFT 计算固定频点能量是非常有效的、快速的, 并且比一般的 DFT 算法更能简化电路, 实现对设定频点的实时频谱分析。

## 4 临时用户载波监视系统结构设计

在实际工作中, 基于 Goertzel 算法实现对临时用户载波监视的系统结构框图如图 3 所示。射频信号经本振变频为中频信号, 经抗混叠滤波、放大后, 输入 A/D 采样后, 输出至 FPGA, 使用 Goertzel 算法的 STFT 计算临时用户载波频谱能量, 输出经 D/A 后到其他辅助设备实现对用户上星或下星的判断。如果使用可变本振, 就能实现对载波带宽的监视, 这种可

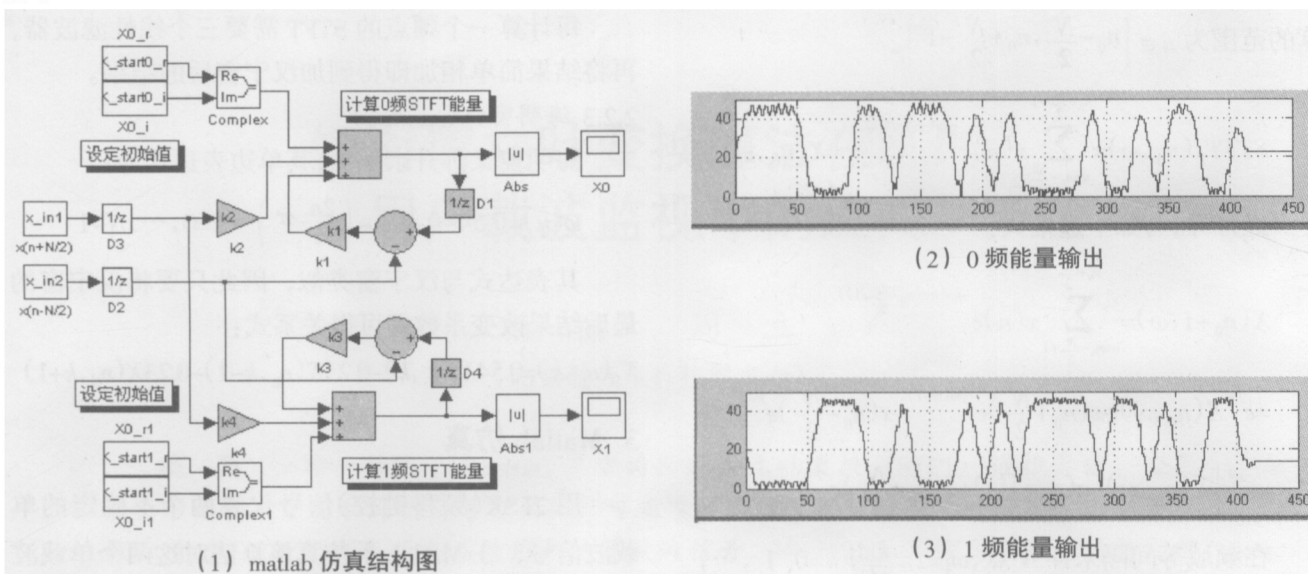


图 1 加矩形窗的 STFT 计算

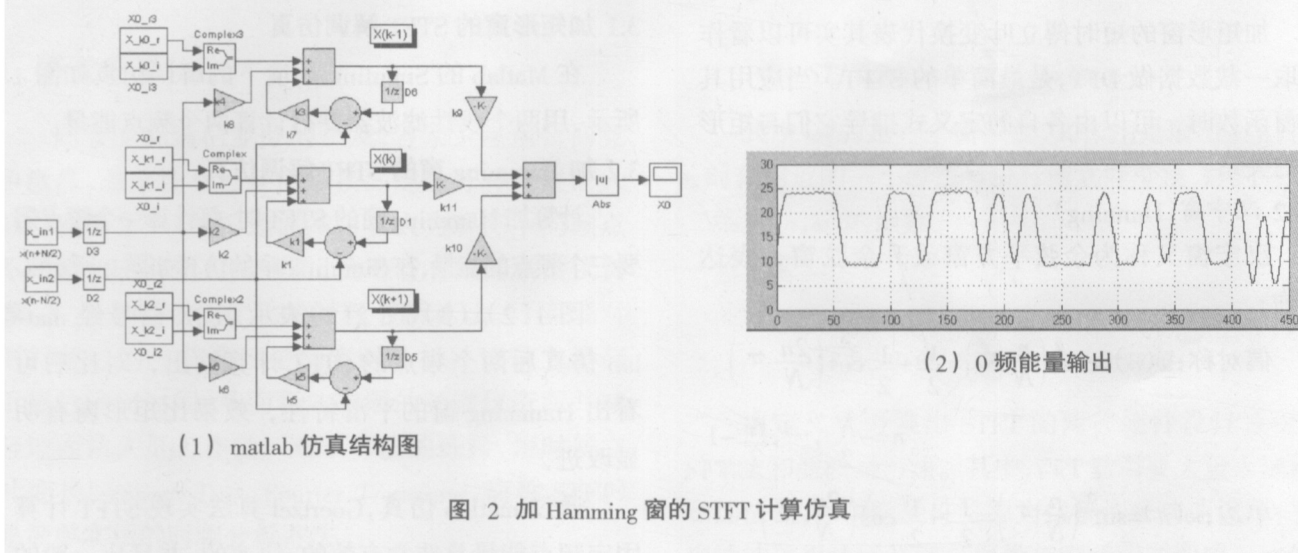


图 2 加 Hamming 窗的 STFT 计算仿真

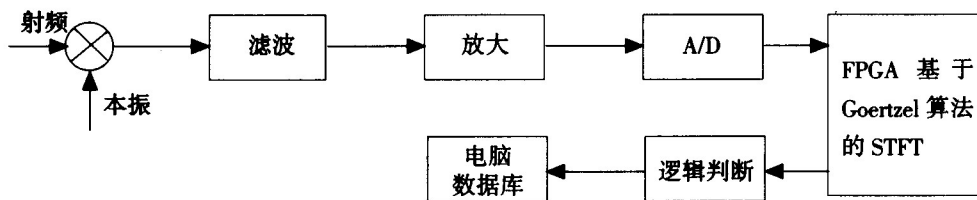


图 3 临时用户载波监视系统结构框图

变本振实际中可用闲置的信号源代替。

### 5 结束语

基于 Goertzel 算法的临时用户载波监视系统实时性很强，其性能已经远远超过了对临时用户

载波的监视要求。它可以给出更多实际应用中特殊情况频谱分析的判断依据，例如，用户载波提前上星，载波中途中断，载波多次上下星等情况。由于频谱分析数据是实时开放的，后续工程人员可以方便应用。该系统不仅能释放频谱仪资源，而且

也把值班员从烦琐频谱监视中解放出来, 有很大的现实意义。◇

### 参 考 文 献

- [1]丁玉美等编著. 数字信号处理——时域离散随机信号处理. 西安电子科技大学. 2002  
[2]胡广书. 数字信号处理——理论、算法与实现[M]. 北京: 清华大学出

版社, 1997

- [3]Uwe Meyer-Baese 著. 数字信号处理的 FPGA 实现. 清华大学出版社, 2002  
[4]维纳·K·恩格尔等著. 数字信号处理——使用 Matlab. 西安交通大学出版社, 2001  
[5]K.J. Ray Liu. Novel Parallel Architectures for Short-Time Fourier Transform [J]. IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol. 40, No. Dec. 1993: 786-789

(上接第 6 页)

手段, 在中国空间生命科学实验中都是首次运用, 为今后空间生命科学研究提供了新的实验手段。

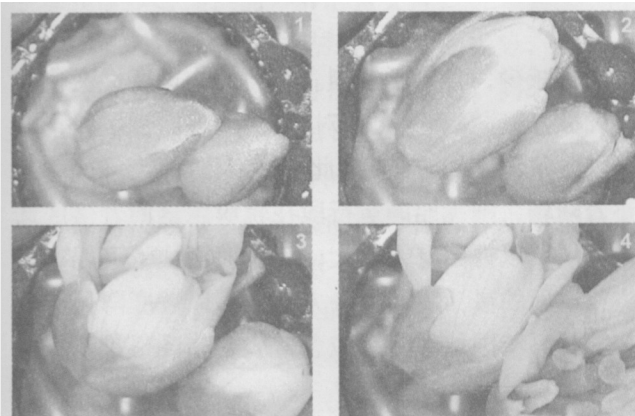


图 3 高等植物空间开花图像

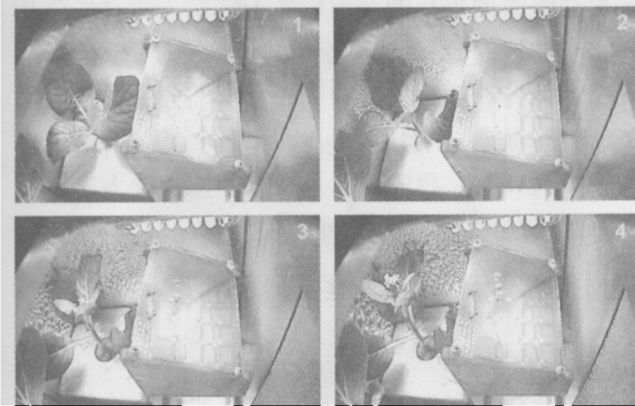


图 4 高等植物空间生长发芽图像

本实验装置仍存在可以进一步改进的空间, 例如简化更换培养模块的复杂性、植物培养箱内部水循环控制、获取射前保温期间样品的实时图像等等。这些改进措施需要从卫星平台技术和资源状态、实验装置设计研制、生物学匹配实验等几个方面协同开展。本次实验装置的研制和空间飞行实验的成功实施, 为今后模块化、标准化和集成化的空间生命科学实验装置研制奠定了重要的技术基础。◇

### 参 考 文 献

- [1]王存恩. SFU 在轨应用成果分析. 中国航天, 1998, 12.  
[2]空间科学学报(空间生命科学专集). 1999, 19(增刊).  
[3]江丕栋主编. 空间生物学. 青岛出版社.  
[4]刘存德. 空间生物学研究. 王大珩, 潘厚任总主编. 太空·地球·人类. 广西科学技术出版社.  
[5]张涛. 空间生命科学实验设备与技术研究. 载人航天, 2004, 4.  
[6]吴世法. 近代成像技术与图像处理. 国防工业出版社, 1997.  
[7]周祖成. 电荷耦合器件在信号处理图像传感中的应用. 清华大学出版社. 1991.  
[8]刘承宪. 空间生物学与空间生物技术研究进展. 空间科学学报. 1999.  
[9]苏光大. 图像并行处理技术. 清华大学出版社. 2002.  
[10]徐志军. 大规模可编程逻辑器件及其应用. 电子科技大学出版社. 2000.  
[11]蔡伟明, 赵炜. 模拟微重力对人参细胞生长和人参皂甙含量的影响. 植物生理学报. 1998.