

# 近地空间站支持登月的奔月轨道设计

彭祺擘 李楨 李洪发 李海阳

(国防科学技术大学航天与材料工程学院)

**摘要** 采用双二体模型假设,利用遗传算法与序列二次规划算法结合的方法,给出了一种从空间站发射的转移轨道求解方法,并得到了相应的发射窗口。同时,针对载人和无人登月,提出了不同优化方案,为空间站支持登月方案设计提供了参考。

**关键词** 空间站支持登月 奔月轨道 轨道设计 优化目标

## 引言

利用空间站的支持完成登月任务,是将空间站作为登月飞船装配、维护、存储、发射的支持平台,将登月飞船从地球低轨道发射到月球表面,并成功返回<sup>[1]</sup>。飞行方案构想为:采用运载火箭分别将登月飞船及推进剂贮罐送入到空间站,然后在空间站上完成登月飞船系统的在轨组装,经过一系列安全检测之后,飞船在空间站发射,进入环月轨道,从而进一步完成登月任务。利用这种方案,可以解决因登月飞船质量太大而难以一次从地面发射到月球的难题。早期在自由号空间站的设计阶段,美国就曾对此方案做出了研究<sup>[2]</sup>,在目前使用的国际空间站阶段,NASA 同样提出了利用其实现月球探测的构想<sup>[3]</sup>。

奔月轨道的设计是整个方案的重要任务之一。与传统登月方式不同,利用空间站登月,飞行器需要从空间站出发,故出发的初始停泊轨道参数已定,若通过近地变轨则需要更多的能量,因此比传统登月方式的约束更多。本文采用双二体假设模型,在已知一些初始条件的情况下,通过选择合适的设计参数,设计和优化出一条飞行轨道,使其满足转移轨道两端的约束条件;并通过选择不同的优化目标,分别对载人登月和无人登月的奔月轨道提出了方案研究。

## 1 轨道方案

奔月轨道的设计同大多数登月计划类似。首先选择合适的时机,从空间站所在轨道出发,在 A 点施加一个速度冲量,将飞行器推入奔月轨道;当到达近月点时,施加一个反向速度冲量,使其进入环月轨道;然后选择合适的着月点进行软着陆。其过程如图

1 所示。

和传统登月方式不同,对于对空间站支持登月,出发的地球停泊轨道已定(为空间站所在轨道),所以问题可以描述为在已知地球停泊轨道和需要到达的环月轨道前提下,通过选择合适的设计参数,设计和优化出一条或几条飞行轨道,使其满足转移轨道两端的约束条件。同时通过选择时间、能量不同的轨道优化目标,可以分别针对载人和无人登月进行轨道设计。

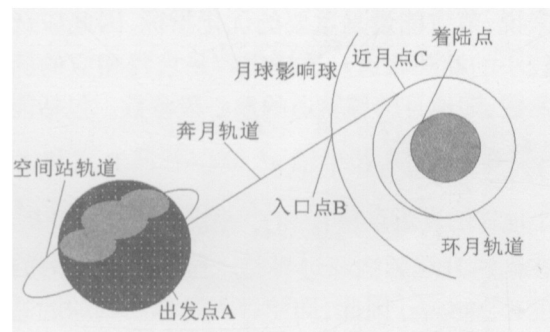


图 1 奔月轨道示意图

## 2 数学模型

### 2.1 基本简化假设

(1)采用双二体假设模型,将地月转移轨道分为两段。首先是位于月球影响球之外的地心段,此段忽略月球引力,轨道为地心圆锥曲线;然后是月球影响球内的月心段,此段忽略地球引力,轨道为月心圆锥曲线;在影响球边界上,将两段圆锥曲线拼接为一个整体。

(2)月球围绕地球在半径为 384400km 的圆轨道上运动。

(3)白道面与地球赤道面间的夹角在  $18^{\circ}18'-28^{\circ}36'$  之间变化,变化周期是 18.6 年,对于飞行时间为几天的探月任务而言,该周期是很长的,故近似认为航天器在飞向月球期间白道面对地球赤道面倾角不变。

(4)地月平均距离 384400km 小于地日系统中地球对太阳的影响球半径 930000km,故在向月飞行轨道计算中忽略太阳引力。

### 2.2 轨道参数

设 A 点为地球轨道加速点,B 点为入口点,在此为了便于实现轨道的拼接,引入 6 个独立参数,分别为:空间站出发时刻  $t_A$ ,B 点的月心经度  $\lambda_B$ 、月心纬度  $\varphi_B$ ,探测器相对白道面轨道倾角  $i^L$ ,探测器在 B 点的月心速度矢量  $\vec{v}_B^L$  与月心位置矢量  $\vec{r}_B^L$  反方向夹角  $\varepsilon$ ,A 点的速度倾角  $\Theta_A$ 。

采用双二体模型,可求得相应的转移轨道参数,同时得到入口点探测器相对地心位置矢量  $\vec{r}_B^E$ 、速度矢量  $\vec{v}_B^E$  和相对月心位置矢量  $\vec{r}_B^L$ 、速度矢量  $\vec{v}_B^L$ ,以及 A 点的出发速度  $v_A$ 。

在地心段,随着转移初速  $v_A$  值从小到大变化,转移轨道形状可能为椭圆、抛物线或双曲线。对工程设计来说,节省能量是重要的优化指标,因此应选择能量较小的椭圆轨道。这样很容易求得相应的椭圆轨道参数,即地月转移轨道的地心段参数。包括能量参数  $\gamma_A^E$ 、半通径  $p^E$ 、长半轴  $a^E$ 、偏心率  $e^E$ 、B 点和 A 点相对于地球的真近点角  $f_B^E$  和  $f_A^E$ 、偏近点角  $E_B^E$  和  $E_A^E$ 。

在到达月球影响球边界时,脱离月球引力的逃逸速度为 385m/s。因此,即使进入月球影响球的最小月心速度也大于两倍抛物线速度。所以,探测器的月心轨道总是双曲线,在月心轨道参数计算中也只要考虑双曲线的情况。计算得到相应的月心轨道参数,包括能量参数  $\gamma_A^L$ 、半通径  $p^L$ 、长半轴  $a^L$ 、偏心率  $e^L$ 、近月距  $r_c^L$ 、近月点的速度  $v_c^L$ 、B 点相对于月球的真近点角  $f_B^L$ 、双曲点角  $H_B^L$ 、月心段的月心扫角  $df^L$ 。

根据参考文献<sup>[9]</sup>,可以求得以下参数:

地心段飞行时间

$$\Delta t^E = \sqrt{\frac{a^E}{\mu_E}} \left[ (E_B^E - E_A^E) - e^E (\sin E_B^E - \sin E_A^E) \right] \quad (1)$$

A 点需要施加的速度冲量

$$\Delta v_A = v_A^E - v_E \quad (2)$$

月心段飞行时间

$$\Delta t^L = \sqrt{\frac{(-a^L)^3}{\mu_L}} (e^L \sinh H_B^L - H_B^L) \quad (3)$$

C 点需要施加的速度冲量

$$\Delta v_C = v_C^L - v_C \quad (4)$$

### 2.3 约束条件

有近地支持的空间站载人登月任务中,由于空间站的轨道根数已确定,倘若在近地轨道改变轨道面,需要很大的能量,故需要寻找合适的地月转移轨道,以满足约束条件的限制,达到时间合理,能量较省。这些约束条件包括地球停泊轨道参数(即为空间站轨道参数)和环月轨道参数的约束,由于月球和地球的运动,在不同时刻月球的位置、速度也不同,故在此同时需要考虑到发射时间的影响。

在地月转移轨道的数学模型中,根据地心段参数,可求出在白道坐标系下从空间站转移点 A 的位置矢量  $\vec{r}_A^E$  和速度矢量  $\vec{v}_A^E$ 。设在地心惯性坐标系中,探测器在 A 点的位置矢量为  $\vec{R}_A$  和速度矢量为  $\vec{V}_A$ ,则可得:

$$\begin{cases} \vec{R}_A = M^T \vec{r}_A^E \\ \vec{V}_A = M^T \vec{v}_A^E \end{cases} \quad (5)$$

其中  $M = R_z(u_L)R_x(i_L)R_z(\Omega_L)$ ,为  $t_A$  时刻地心惯性坐标系到月心白道坐标系的转换矩阵。 $\Omega_L$ 、 $i_L$  和  $u_L$  为 t 时刻地心惯性坐标系与月心坐标系之间的欧拉角,实际上为 t 时刻月球吻切轨道在地心惯性坐标系中的升交点赤经、轨道倾角和月球的纬度幅角。这些欧拉角和时间相关,利用行星/月球历表可查出相应时刻的值,但考虑到程序需要,当不需要高精度的月球位置和速度时,这些欧拉角从月球运动分析理论得到的一些简化公式来算得<sup>[9]</sup>。

则地球停泊轨道在地心惯性坐标系中的倾角  $i_E$ 、升交点赤经  $\Omega_E$  和 A 点纬度幅角  $u_{AE}$  可根据以下公式计算:

$$\cos i_E = \frac{h_z}{h} \quad (6)$$

$$\tan \Omega_E = \frac{h_x}{-h_y} \quad (7)$$

$$\tan u_{AE} = \frac{Z_A}{(Y_A \sin \Omega + X_A \cos \Omega) \sin i} \quad (8)$$

其中  $\vec{h} = \vec{R}_A \times \vec{V}_A$

同样,在地月转移轨道的数学模型中,根据月心

段参数,可求出在白道坐标系下近月点 C 的位置矢量  $\vec{r}_c^L$  和速度矢量  $\vec{v}_c^L$ 。为了计算探测器相对月球赤道的轨道倾角  $i'$ , 设在地心惯性坐标系和在月固坐标系中, 探测器在近月点 C 的位置矢量和速度矢量为  $\vec{R}_c, \vec{V}_c$  和  $\vec{r}'_c, \vec{v}'_c$ , 则

$$\begin{cases} \vec{R}_c = M^T \vec{r}_c^L + \vec{R}_L(t_c) \\ \vec{V}_c = M^T \vec{v}_c^L + \vec{V}_L(t_c) \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $M$  仍为  $t_c$  时刻地心惯性坐标系到月心白道坐标系的转换矩阵。

$$\begin{cases} \vec{r}'_c = \hat{M}(\vec{R}_c - \vec{R}_L(t_c)) \\ \vec{v}'_c = \hat{M}'(\vec{R}_c - \vec{R}_L(t_c)) + \hat{M}(\vec{V}_c - \vec{V}_L(t_c)) \end{cases} \quad (10)$$

其中,  $\hat{M} = R_z(\hat{u}_L)R_x(\hat{i}_L)R_z(\hat{\Omega}_L)$ , 为  $t_c$  时刻地心惯性坐标系到月固坐标系的转换矩阵。 $\hat{\Omega}_L, \hat{i}_L$  和  $\hat{u}_L$  为  $t$  时刻地心惯性坐标系与月固坐标系之间的欧拉角, 设  $\hat{N}_L$  为月球赤道相对于地球赤道的升交点, 则  $\hat{\Omega}_L$  为该升交点赤经,  $\hat{u}_L$  为该升交点至月球起始子午线的夹角,  $\hat{i}_L$  为地球赤道与月球赤道的夹角。这些欧拉角均可直接查行星/历表得到。在此考虑到程序需要, 可以根据坐标转换计算得到。 $\hat{M}'$  为  $\hat{M}$  对时间的导数。于是得到最后环月轨道在月固坐标系中的倾角  $i_L$ :

$$\cos i_L = \frac{h_z}{h} \quad (11)$$

其中  $\vec{h} = \vec{r}_c^L \times \vec{v}_c^L$   
因此, 轨道的初始约束条件为:

$$\begin{cases} r_E = r_{E0} \\ i_E = i_{E0} \\ \Omega_E = \Omega_{E0} \end{cases} \quad (12)$$

轨道的终端约束条件为:

$$\begin{cases} r_L = r_{L0} \\ i_L = i_{L0} \end{cases} \quad (13)$$

### 2.4 优化目标

对于空间支持登月来说, 此问题可简单描述为: 在满足公式(12)和(13)约束的前提下, 在一定时间范围内寻找一条或几条奔月轨道。但根据优化目标选取的不同, 求得的轨道参数也不同。

因此, 对载人登月而言, 轨道优化目标可定为飞行时间最短, 同时满足速度增量在一定范围内, 即

$$J = (\Delta t^E + \Delta t^L) \rightarrow \min \quad (14)$$

且要求

$$\begin{cases} \Delta v_A < \Delta v_{c0} \\ \Delta v_C < \Delta v_{c0} \end{cases}$$

对无人登月而言, 轨道优化目标可定为速度增量最小, 对飞行时间不作太多要求, 即

$$J = (|\Delta v_A| + |\Delta v_C|) \rightarrow \min \quad (15)$$

### 3 数值算法

对于上述问题, 可以看出转移轨道的设计是在已知初始条件的情况下, 通过选择合适的设计参数, 使其满足转移轨道两端的约束条件, 同时达到优化目标, 实际上是解两点边值问题, 可以使用精确数值方法解决该问题。目前常使用的搜索算法有最速下降法、爬山法、遗传算法、序列二次规划方法(SQP)等。其中遗传算法是基于全局的搜索算法, 虽需要进行大量的遗传过程计算, 收敛速度较慢, 但由于其应用范围的广泛性和搜索结果的全局性, 仍然有较好的应用前景, 而 SQP 算法是目前最为有效的求解非线性规划的方法之一<sup>[6]</sup>。因此, 在此使用 SQP 算法与遗传算法结合的混合遗传算法来进行计算, 即首先用遗传算法进行计算, 然后将其结果作为 SQP 算法的初值来进一步求解。其计算过程如图 2。

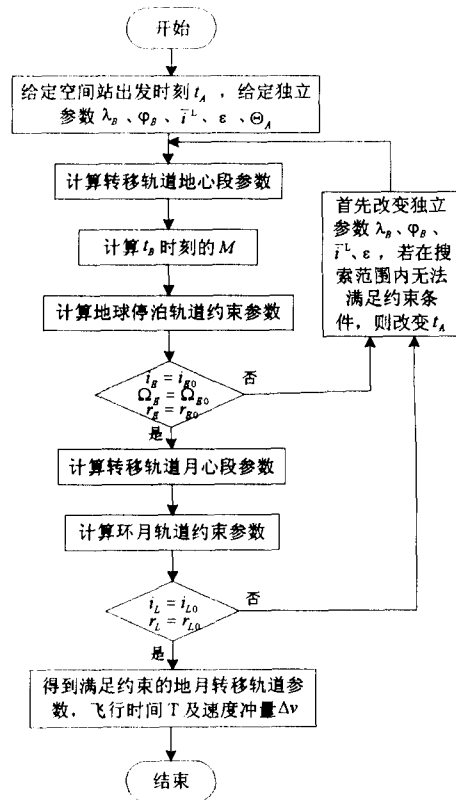


图 2 奔月轨道计算流程

### 4 算例分析

#### 4.1 初始条件

搜索范围:

(1)初始入口点 B 的经度范围  $\lambda_B=[-180^\circ,180^\circ]$

(2)初始入口点 B 的纬度范围  $\varphi_B=[-15^\circ,15^\circ]$

(3)与反方向夹角范围  $\varepsilon=[-5^\circ,5^\circ]$

(4)月球卫星轨道相对白道倾角范围

$$\tilde{i}^L=[80^\circ,100^\circ]$$

(5)每天发射的时间范围  $[0h,24h]$

(6)搜索时段 2008.4.28-2008.6.12

轨道约束条件:

(1)空间站所在轨道高度 350km

(2)空间站所在轨道倾角  $i=40^\circ$

(3)空间站所在轨道升交点赤经  $\Omega=200^\circ$

(4)空间站轨道加速点航迹角  $\Theta_A=0^\circ$

(5)环月轨道高度 200km

(6)环月轨道倾角  $i^L=90^\circ$

#### 4.2 计算结果

按照以上约束进行计算,可以得到在不同优化目标情况下,2008.4.28-2008.6.12的发射机会,并计算出每次发射相应轨道的入口点参数、速度冲量及飞行时间,其结果如表1和表2所示。

### 5 结论

从以上结果可以看出:从空间站轨道出发,发射月球飞船到200km高的极月轨道,发射窗口大约每14天左右有一次。

采用燃料较省的方案,两次变轨所需的速度增量之和不到4000m/s,但明显的不足之处是飞行时间都在100小时以上,作为无人登月飞船这是较优的轨道方案;采用时间较省的方案,两次变轨所需的速度增量之和大约在4300m/s左右,飞行时间都在70小时以内,可作为载人登月的轨道方案。◇

表1 优化目标为燃料较省的结果

出发时刻	入口点经度	入口点纬度	A点速度增量(m/s)	C点速度增量(m/s)	地心轨道飞行时间(h)	月心轨道飞行时间(h)
2008.4.3012.36h	82.24	1.12	3095.6	-774	95.68	20.4
2008.5.143.23h	76.12	-1.15	3096.1	-774	86.35	19.12
2008.5.286.09h	70.36	1.39	3095.4	-775	86.56	19.36
2008.6.914.23h	67.26	-1.35	3096.5	-776	94.56	19.39

表2 优化目标为时间较短的结果

出发时刻	入口点经度	入口点纬度	A点速度增量(m/s)	C点速度增量(m/s)	地心轨道飞行时间(h)	月心轨道飞行时间(h)
2008.4.3021.54h	31.56	1.12	3201.3	-1120.3	45.40	11.03
2008.5.1413.39	-146.23	1.23	3215.6	-1200.6	53.60	11.56
2008.5.2820.36h	28.65	0.98	3198.3	-1169.6	41.25	10.36
2008.6.102.06h	-147.72	3.45	3197.6	-1210.3	58.63	10.35

### 参考文献

[1] John G. Cook, Dr. John W. Alred. Use of the International Space Station as a Spaceport. AIAA 2005-2789, Feb. 2005.

[2] Meredith, Barry, et. al. Space Station Freedom Accommodation of the Human Exploration Initiative. Twenty-Seventh Space Congress, April, 1990.

[3] Merri J. Sanchez. From ISS to the Moon, Mars and Beyond Applying Lessons Learned. AIAA 2005-705, Jan. 2005.

[4] 黎晓宁, 曾国强, 任董, 等. 月球探测器轨道设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001

[5] 周文艳, 杨维廉. 月球星历的计算方法及比较 [J]. 航天器工程, 2002, 12(4): 22-28

[6] 孙军伟, 乔栋, 崔平远. 基于SQP方法的常推力月球软着陆轨道优化方法[J]. 宇航学报, 2006, 1(1): 99-102